Circulación de fluidos a través de lechos porosos. Fluidización 9

9.1. Introducción

El flujo de fluidos a través de lechos de partículas sólidas aparece en numerosos procesos técnicos. Así, en operaciones de filtración y flujo a través de columnas de relleno, utilizadas en operaciones de destilación, absorción, adsorción e intercambio iónico, se presentan ejemplos de este tipo de circulación. En el caso de la filtración, las partículas sólidas se depositan en un medio filtrante, y el fluido pasa a través de la masa filtrante depositada. En otros procesos, como la adsorción, intercambio iónico y otros, el fluido se mueve a través de un lecho de partículas sólidas, que no suelen cambiar sus características. En este capítulo, se presenta el estudio del flujo de una sola fase fluida a través de una columna de partículas sólidas estacionarias. Un lecho de partículas se considera estacionario cuando todas sus características no varían.

9.2. Ley de Darcy. Permeabilidad

Después de una serie de experimentos Darcy demostró que la velocidad media, en una sección del lecho, era directamente proporcional a la caída de presión que experimenta el fluido al atravesar dicho lecho, e inversamente proporcional al espesor del mismo:

$$v = K \frac{(-\Delta P)}{L} \qquad [9.1]$$

en la que: $(-\Delta P)$ = Caída de presión a través del lecho.
L = Espesor o altura del lecho.
K = Constante de proporcionalidad.

La constante K depende de las propiedades físicas del lecho y del fluido que circula a través del lecho.

Esta ecuación indica que la relación entre la velocidad de circulación del fluido y la caída de presión que experimenta es lineal, lo que hace suponer que el régimen de circulación es laminar. Esto es así, ya que la velocidad a través de los intersti-

cios del lecho granular es baja, y además, la sección de cada uno de ellos es pequeña; por lo que el valor del módulo de Reynolds no es elevado.

Todo ello, presupone que la resistencia que ofrece el lecho al flujo del fluido es debida principalmente a rozamientos viscosos. Por lo que la ecuación anterior se suele expresar de la forma:

$$v = \frac{1}{\alpha} \frac{(-\Delta P)}{\eta L} \qquad [9.2]$$

en la que η es la viscosidad del fluido, mientras que la constante $1/\alpha$ recibe el nombre de **coeficiente de permeabilidad**.

La unidad de la permeabilidad es el *Darcy*, que se define como la permeabilidad de un medio poroso al flujo viscoso para el paso de 1 $ml/(s \cdot cm^2)$ de un líquido con una viscosidad de 1 centiPoise, bajo una caída de presión de 1 atm/cm.

9.3. Definiciones previas

Los lechos porosos están constituidos por un conjunto de partículas sólidas, dispuestas generalmente al azar. Para la caracterización de la estructura de dichos lechos se deben definir una serie de variables, utilizadas en el estudio de la circulación de los fluidos a través de estos lechos.

Superficie específica. También denominada área superficial específica, puede ser referida a todo el lecho o a la partícula. Para el lecho (a_S) se define como el área de la superficie de lecho presentada al fluido por unidad de volumen del lecho.

$$a_S = \frac{\text{Área presentada al fluido}}{\text{Volumen del lecho}} \qquad \text{expresada en m}^{-1}$$

De modo análogo se puede definir el área superficial específica de las partículas (a_{S0}) como la relación entre el área de su superficie y su volumen.

$$a_{S0} = \frac{\text{Área de partícula}}{\text{Volumen de partícula}} \qquad \text{expresada en m}^{-1}$$

En el caso de una partícula esférica de diámetro d_r, la superficie específica de partícula es $a_{S0} = 6/d_r$.

Cuando las partículas no son esféricas, se define un diámetro equivalente de partícula (d_P), como aquel diámetro que poseería una esfera cuya relación área superficial a su volumen fuese la misma que la que posee la partícula. Este diámetro equivalente está relacionado con d_r mediante un factor Γ, de tal forma que:

$$d_P = \Gamma\, d_r$$

en la que Γ es el denominado **factor de forma** o **esfericidad**, cuyo valor depende de la forma de la partícula. Para el caso de partículas esféricas este factor de

forma es la unidad; sin embargo, para partículas diferentes este valor es menor que la unidad. En la tabla 9.1 se dan valores de la esfericidad para diferentes tipos de partículas.

Además, el diámetro equivalente de la partícula se relaciona con su superficie específica según la expresión:

$$d_p = \frac{6\,\Gamma}{a_{S0}}$$

Porosidad. El lecho de partículas no es compacto, sino que existen zonas libres de partículas, definiéndose la porosidad del lecho o fracción de huecos (ε) como el volumen del lecho no ocupado por el material sólido.

Debido a la porosidad del lecho, la superficie específica del lecho y de partícula no coinciden, sino que están relacionadas según la ecuación:

$$a_S = a_{S0}\,(1 - \varepsilon) \qquad [9.3]$$

En la bibliografía pueden encontrarse valores de a_{S0} y ε para distintos tipos de lechos de partículas. Es fácil observar que cuando la porosidad aumenta, el flujo a través del lecho es mucho mejor, con lo que la permeabilidad aumenta.

Para poder continuar estudiando las características del lecho, se va suponer que está compuesto por partículas dispuestas al azar, de forma que en el interior del lecho se forman unos canales por los que circulará el fluido. Se supone que la longitud de estos canales (L') es la misma para todos ellos, poseyendo el mismo diáme-

Tabla 9.1. Esfericidad de partículas

Forma de la partícula	Esfericidad
Esfera	1
Cubo	0,81
Cilindros	
$h = d$	0,87
$h = 5\,d$	0,70
$h = 10\,d$	0,58
Discos	
$h = d/3$	0,76
$h = d/6$	0,60
$h = d/10$	0,47
Arena de playa	Tan alta como 0,86
Arena de río	Tan baja como 0,53
Distintos tipos de arena	0,75
Sólidos triturados	0,5-0,7
Partículas granulares	0,7-0,8
Trigo	0,85
Anillos Raschig	0,26-0,53
Sillas Berl	0,30-0,37

Fuente: Levenspiel (1993).

tro equivalente (D_e). Todas las partículas están contenidas en una columna cilíndrica de diámetro D y cuya altura de lecho es L.

A continuación se presentan una serie de variables, que se utilizarán para relacionar las diferentes características del lecho.

- Número de canales por m^2 de sección transversal de lecho: n'
- Número total de canales del lecho: $n = n' \frac{\pi}{4} D^2$
- Área interfacial de 1 canal: $\pi \cdot D_e \cdot L'$
- Área interfacial del lecho: $\left(n' \frac{\pi}{4} D^2\right)(\pi D_e L')$
- Volumen del lecho: $V_L = \frac{\pi}{4} D^2 L$
- Volumen de lecho ocupado por las partículas: $V_L (1 - \varepsilon)$

A partir de estas definiciones, es posible encontrar los valores de las superficies específicas:

$$\alpha_{S0} = \frac{\left(n' \frac{\pi}{4} D^2\right)(\pi D_e L')}{\frac{\pi}{4} D^2 L (1 - \varepsilon)} = \frac{n' L' \pi D_e}{L (1 - \varepsilon)} \qquad [9.4]$$

$$\alpha_S = \frac{\left(n' \frac{\pi}{4} D^2\right)(\pi D_e L')}{\frac{\pi}{4} D^2 L} = \frac{n' L' \pi D_e}{L} \qquad [9.5]$$

por lo que es fácil correlacionar la superficie específica del lecho y de la partícula:

$$a_S = a_{S0} \cdot (1 - \varepsilon)$$

Es posible definir el diámetro equivalente de un canal como cuatro veces el radio hidráulico, siendo éste la relación entre el área de la sección de paso del canal y su perímetro mojado.

$$D_e = 4\, R_H = 4\, \frac{\text{Área de paso}}{\text{Perímetro mojado}}$$

$$D_e = 4\, \frac{(\text{Área de paso})\, L' n}{(\text{Perímetro mojado})\, L' n} = \frac{4\, (\text{Volumen de un canal})\, n}{(\text{Área interfacial de un canal})\, n}$$

$$D_e = 4 \, \frac{\text{Volumen de huecos}}{\text{Área interfacial total}} = \frac{4 \, \frac{\pi}{4} \, D^2 \, L \, \varepsilon}{\frac{\pi}{4} \, D^2 \, L \, a_S}$$

De esta forma, el diámetro equivalente de un canal será función de la fracción de huecos y de las superficies específicas, expresándose como:

$$D_e = \frac{4 \, \varepsilon}{a_S} = \frac{4 \, \varepsilon}{a_{S0} \, (1 - \varepsilon)} \qquad [9.6]$$

Para futuras aplicaciones, es imprescindible correlacionar la velocidad de circulación del fluido a través de un canal (v_C) con la correspondiente al flujo a través de la columna libre de partículas (v). Para ello, se aplicará la ecuación de continuidad:

$$\rho \cdot S \cdot v = \rho \cdot S_C \cdot v_C$$

en la que ρ es la densidad del fluido, S y S_C son las secciones de paso de la columna libre de partículas y para el conjunto total de canales, respectivamente.

- Sección de paso de la columna: $S = \frac{\pi}{4} \, D^2$

- Sección de paso de los canales: Será la suma de las secciones de paso de todos los canales, que como se han supuesto idénticos, se obtendrá multiplicando el número de canales por la sección de paso de un canal.

$$S_C = n \, \frac{\pi}{4} \, D_e^2 = n' \, \frac{\pi}{4} \, D^2 \, \frac{\pi}{4} \, D_e^2$$

Al introducir estas expresiones, de S y S_C, en la ecuación de continuidad, es posible despejar la velocidad de circulación a través de un canal en función de la global, obteniendo la expresión:

$$v_C = \frac{4 \, v}{n \, \pi \, D_e}$$

Pero si se tienen en cuenta las ecuaciones 9.4 y 9.6, es posible despejar de la 9.4 el número de canales y de la 9.6 el diámetro equivalente del canal, que al sustituirlas en esta última expresión se obtiene:

$$v_C = v \, \frac{L'}{L \, \varepsilon} \qquad [9.7]$$

expresión en que la velocidad de un canal es función de la global, y de las longitudes del lecho y del canal, así como de la porosidad.

9.4. Ecuaciones para el flujo a través de lechos porosos

En el estudio de la circulación de fluidos a través de lechos porosos es de suma importancia el cálculo de la caída de presión que el fluido experimenta al atravesar dicho lecho de partículas. Esta pérdida de presión dependerá del régimen con el que circula el fluido, obteniéndose diferentes ecuaciones según sea el régimen laminar o turbulento.

9.4.1. Régimen laminar. Ecuación de Kozeny-Carman

Si el flujo del fluido a través de los canales es laminar se podrá aplicar la ecuación de Fanning para cada uno de ellos:

$$\frac{(-\Delta P)}{\rho} = \frac{64}{\mathrm{Re}} \; \frac{L'\, v_C^2}{2\, D_e}$$

pero si se tiene presente que el módulo de Reynolds es:

$$(\mathrm{Re}) = \frac{\rho\, v_C\, D_e}{\eta}$$

y que la velocidad de circulación del fluido a través de un canal v_C viene dada por la ecuación 9.7, se obtiene:

$$(-\Delta P) = 2\, v\, \eta \, \frac{(a_{S0})^2\,(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \; \frac{(L')^2}{L}$$

se observa que la pérdida de presión depende, entre otros, de las longitudes de cada canal y del lecho. La longitud de cada canal L' es superior a la del lecho. Si se supone que dichas longitudes son proporcionales $L' = K'L$, y definiendo una constante $K'' = 2\,(K')^2$, resulta:

$$(-\Delta P) = 2\, v\, \eta \, \frac{(a_{S0})^2\,(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \; \frac{(K'L)^2}{L}$$

de la que se obtiene:

$$v = \frac{(-\Delta P)}{\eta L} \; \frac{\varepsilon^3}{K''\,(1-\varepsilon)^2\,(a_{S0})^2} \qquad [9.8]$$

que se denomina ecuación de Kozeny-Carman.

Al comparar esta ecuación con la de Darcy (ecuación 9.2), se obtiene que la permeabilidad será:

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{K''} \; \frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)^2\,(a_{S0})^2}$$

La constante K'' se denomina constante de Kozeny. En lechos en los que la porosidad y superficie específica no varían con el espesor del lecho, se ha encontrado experimentalmente que esta constante posee un valor de 5 ± 0,5. En realidad su valor depende del tipo de relleno y de la porosidad, tomando distintos valores según sea la forma de las partículas y porosidad del lecho. En el caso que las partículas sean de forma esférica, el valor de esta constante es de 4,8 ± 0,3. En la bibliografía se pueden encontrar valores de esta constante para diferentes tipos de relleno.

El valor de la constante de Kozeny no es el mismo para todos los tipos de relleno, sino que depende de la relación L'/L. Carman ha demostrado que:

$$K'' = K_0\,(L'/L)$$

La relación L'/L recibe el nombre de **tortuosidad**, mientras que K_0 es un factor que depende de la sección transversal del canal. A pesar de que la tortuosidad y el factor K_0 pueden variar, esta variación es tal que cuando una aumenta la otra disminuye, y viceversa, de forma que su producto posee valores próximos a 5.

En la práctica se observa que en los lechos de partículas, las que se hallan en contacto con la pared están menos compactadas, lo que implica que la resistencia que ofrece el lecho al flujo es menor que el dado por la ecuación de Kozeny Carman. De forma experimental Coulson ha obtenido un factor de corrección K_P, de modo que se tenga presente este efecto. Dicho valor viene dado por la ecuación:

$$K_P = \left(1 + 0{,}5\ \frac{A_P}{a_{S0}}\right)^2 \qquad [9.9]$$

en la que A_P es la superficie de la pared de la columna que contiene el lecho por unidad de volumen de dicho lecho

Para el cálculo de la caída real de presión, deberá multiplicarse la calculada a partir de la ecuación de Kozeny-Carman por el valor de este factor K_P:

$$(-\Delta P)_{REAL} = K_P\,(-\Delta P)$$

9.4.2. Régimen turbulento. Ecuación de Burke-Plummer

En el apartado anterior se ha supuesto que el fluido circula por los canales de forma laminar, pero la ecuación obtenida no es válida en muchos casos. Por ello, si el régimen de circulación es turbulento puede pensarse en aplicar la ecuación de Fanning a la circulación del fluido por un canal; así:

$$\frac{(-\Delta P)}{\rho} = 4\,f\ \frac{L'\,(v_C)^2}{2\,D_e}$$

teniendo en cuenta las expresiones del diámetro equivalente y de la velocidad por un canal [ecuaciones 9.6 y 9.7]:

$$\frac{(-\Delta P)}{\rho} = 4\,f\ \frac{1}{2}\ \frac{(v\,L')^2}{(\varepsilon\,L)^2}\ \frac{L'\,a_{S0}\,(1-\varepsilon)}{4\,\varepsilon}$$

Al igual que antes, si se supone que $L' = K'L$, y que la superficie específica está relacionada con el diámetro de la misma por la expresión $a_{S0} = 6/d_P$, se obtiene:

$$\frac{(-\Delta P)}{\rho} = 3\,(K')^3 f\,\frac{\rho\, v^2\,(1-\varepsilon)}{d_p\,\varepsilon^3}$$

si se define un factor de fricción modificado $f' = f\,(K')^3$ se obtiene la ecuación:

$$\frac{(-\Delta P)}{\rho} = 3\,f'\,\frac{\rho\, v^2\,(1-\varepsilon)}{d_p\,\varepsilon^3} \qquad [9.10]$$

Esta ecuación se denomina de Burke-Plummer, en la que el valor de f' se obtiene a partir de experimentación, dependiendo del número de Reynolds. En el apartado siguiente se verá el modo de obtener el valor del factor de fricción modificado.

9.4.3. Flujo global laminar-turbulento. Ecuaciones de Ergun y Chilton-Colburn

Hasta ahora se han obtenido ecuaciones para la circulación en régimen laminar y turbulento, por separado. Por tanto, sería conveniente obtener una sola ecuación que se pudiera utilizar para los dos tipos de regímenes de circulación a la vez. Observando las ecuaciones de Kozeny-Carman y de Burke-Plummer, puede pensarse que la pérdida de presión por unidad de longitud del lecho será una expresión del tipo:

$$\frac{(-\Delta P)}{L} = a\,v + b\,v^2$$

o bien una combinación lineal de dichas ecuaciones:

$$\frac{(-\Delta P)}{L} = \alpha'\,\frac{36\,K''\,(1-\varepsilon)^3}{\varepsilon^3\,d_p^2}\,v + \beta'\,\frac{3\,f'\,(1-\varepsilon)\,\rho}{\varepsilon^3\,d_p}\,v^2 \qquad [9.11]$$

Para la obtención de las distintas constantes (α' y β') que aparecen en esta ecuación se recurre a datos obtenidos por experimentación, ajustándolos a ella.

En la circulación de fluidos por el exterior de sólidos, no sólo se utiliza el módulo de Reynolds para un canal, sino que en algunos casos se suele modificar, o bien se utiliza el módulo de Reynolds de partícula. A continuación se dan las expresiones para cada uno de ellos:

- Reynolds para 1 canal: $\mathrm{Re} = \dfrac{\rho\, v_C\, D_e}{\eta} = \dfrac{4\rho\, vL'}{a_{S0}\,(1-\varepsilon)\,\eta\, L}$

- Reynolds modificado: $\mathrm{Re}' = \dfrac{\rho\, v}{a_{S0}\,(1-\varepsilon)\,\eta}$

- Reynolds de partícula: $\mathrm{Re}_p = \dfrac{\rho\, v\, d_p}{\eta}$

Cuando el valor del módulo de Reynolds de partícula es menor de 40 ($\mathrm{Re}_p < 40$) el régimen de circulación se considera laminar, mientras que para valores superiores ($\mathrm{Re}_p > 40$) el régimen se considera turbulento.

De la ecuación 9.10, es fácil obtener la expresión para el factor de fricción modificado:

$$3f' = \frac{(-\Delta P) d_p\, \varepsilon^3}{L\,(1-\varepsilon)\,\rho\, v^2} \qquad [9.12]$$

Este factor de fricción suele obtenerse a partir de gráficas, en las que $3f'$ se representa frente a $\mathrm{Re}_p/(1-\varepsilon)$, en coordenadas doble logarítmicas (figura 9.1).

También puede obtenerse en otro tipo de gráfica, en la que $f'/2$ se representa frente al módulo de Reynolds modificado (Re'), también en coordenadas doble logarítmicas (figura 9.2).

A partir de una serie de datos experimentales, de valores del factor de fricción modificado $3f'$, calculados a partir de la ecuación 9.10, se obtienen los valores correspondientes de sus Reynolds de partícula. Se busca una función que correlacione $3f'$ con Re_p:

$$3f' = \phi\,(\mathrm{Re}_p)$$

Del ajuste de los datos experimentales la ecuación obtenida es la siguiente:

$$3f' = \frac{150\,(1-\varepsilon)}{\mathrm{Re}_p} + 1{,}75$$

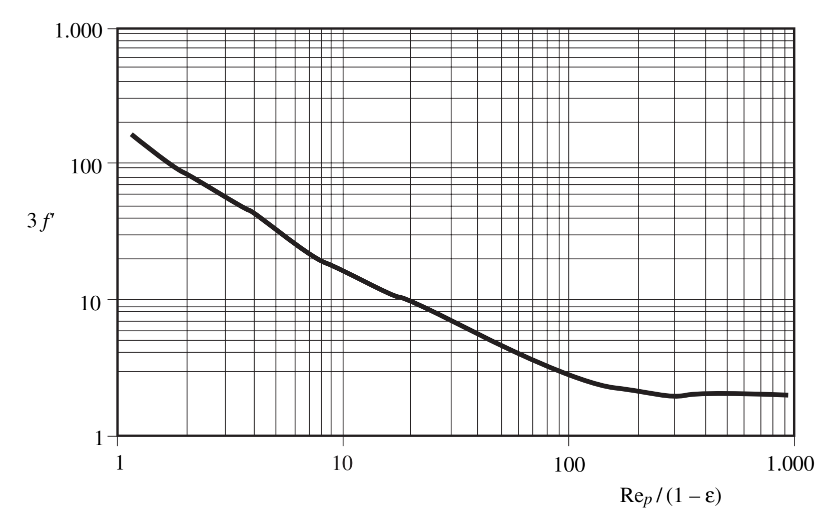


Figura 9.1. *Factor de fricción modificado (3f') en función del módulo de Reynolds de partícula (Re_p) (Adaptado de Foust* et al., *1980).*

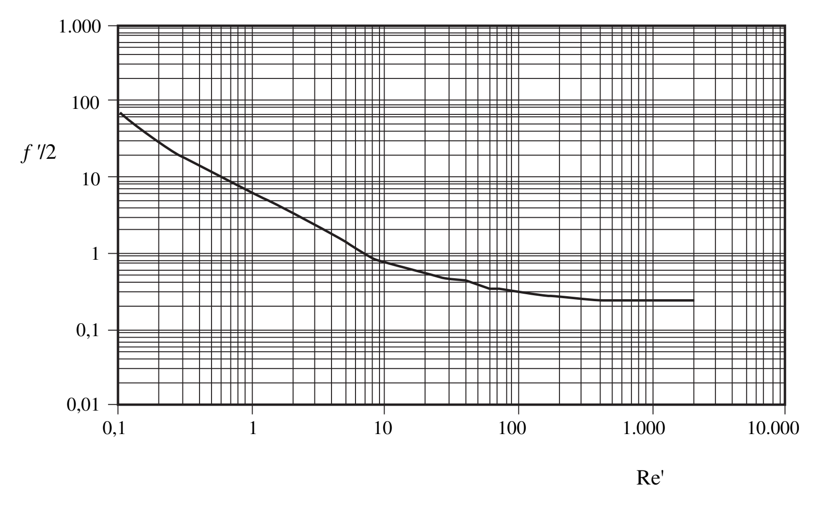


Figura 9.2. *Factor de fricción modificado (f') en función del módulo de Reynolds modificado (Re') (Adaptado de Coulson y Richardson, 1981).*

Si en esta ecuación se sustituyen los valores de $3f'$, dados por la ecuación 9.12, y el correspondiente al módulo de Reynolds de partícula, se obtiene la expresión:

$$\frac{(-\Delta P)}{L} = 150 \; \frac{(1-\varepsilon)^2 \, \eta}{\varepsilon^3 \, d_p^2} \; v + 1{,}75 \; \frac{(1-\varepsilon)\, \rho}{\varepsilon^3 \, d_p} \; v^2 \qquad [9.13]$$

Esta última expresión se denomina ecuación de Ergun, y puede utilizarse para el cálculo de la pérdida de presión que experimenta el fluido al atravesar un lecho relleno, independientemente de cual sea el tipo de régimen de circulación.

Al comparar las ecuaciones 9.11 y 9.13, fácilmente se observa que:

$$36 \, K'' \alpha' = 150$$

$$3f' \beta' = 1{,}75$$

Cuando en una columna rellena de partículas circulan en contracorriente un gas con un líquido, es conveniente utilizar la denominada ecuación de Chilton-Colburn, que es una ecuación empírica basada en la de Fanning:

$$\frac{(-\Delta P)}{L} = 2 f' \, \frac{\rho \, v^2}{d_p} \qquad [9.14]$$

El factor de fricción modificado f' puede calcularse a partir de las figuras 9.1 ó 9.2, o bien pueden utilizarse las siguientes expresiones:

- Para régimen laminar ($Re_p < 40$): $f' = 850/Re_p$
- Para régimen turbulento ($Re_p > 40$): $f' = \dfrac{38}{(Re_p)^{0{,}15}}$

La ecuación de Chilton-Colburn se puede utilizar cuando el lecho está formado por partículas macizas, pero cuando las partículas son huecas, debe multiplicarse el segundo miembro de la ecuación por un factor K_r, que viene dado por la ecuación:

$$K_r = \frac{0{,}24}{(d_P)^{1/2}}$$

en la que d_P es el diámetro nominal de las partículas expresado en pulgadas.

Los huecos creados en las inmediaciones de la pared también pueden afectar al cálculo de la caída de presión, siendo necesario introducir un nuevo factor de corrección de pared K_P, que depende del régimen de circulación y de la relación diámetro partícula a diámetro del lecho (d_P/D). En el caso que esta relación sea menor de 1/6 no se considera el efecto de pared. Para el cálculo de este nuevo factor K_P se utiliza la figura 9.3, en la que K_P se halla representado frente a la relación d_P/D; existiendo dos curvas, una para régimen laminar y otra para turbulento.

Por tanto, en general, la caída real que experimentará el fluido se obtendrá multiplicando la caída de presión calculada a partir de la ecuación de Chilton-Colburn por estos dos factores; es decir:

$$(-\Delta P)_{Real} = K_r\, K_P\, (-\Delta P)_{Teórico}$$

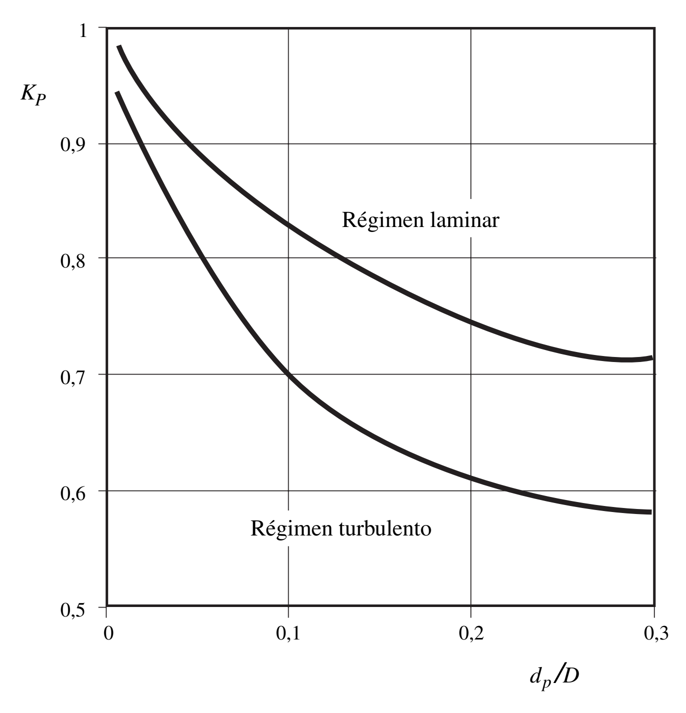


Figura 9.3. *Factor de corrección del efecto de pared (K_P) en función de la relación diámetro partícula/diámetro de columna (d_p/D) (adaptado de Sawistowski y Smith, 1967).*

9.5. Fluidización

Cuando un fluido circula a través de un lecho de partículas, si su velocidad de circulación es baja, el lecho permanece estático. Pero si su velocidad aumenta, puede ocurrir que el lecho se expanda, existiendo una reordenación de las partículas, con el consiguiente aumento de la porosidad del lecho.

Si se supone un lecho de partículas, a través de las cuales circula un fluido al que se le va aumentando paulatinamente la velocidad de circulación. A velocidades bajas el lecho permanece estático, sin aumento de su altura, por lo que al representar en coordenadas doble logarítmicas la caída de presión frente a la velocidad de circulación se obtiene una recta, tal como la representada en la figura 9.4 por el segmento OA.

Si se aumenta más la velocidad, las partículas empiezan a separarse, pero todavía permanecen en contacto, aunque la relación entre la caída de presión y la velocidad continúa siendo lineal, pero la pendiente es menor (segmento AB). En el punto *B*, en el que las partículas no se hallan en contacto se dice que el lecho es fluidizado. A partir de este punto, si se aumenta la velocidad puede haber una pequeña caída de presión (segmento BC), pero si se sigue aumentando la velocidad, la caída de presión aumenta linealmente con la velocidad, pero con una pendiente menor, hasta que la velocidad es lo suficientemente elevada como para arrastrar las partículas, cosa que ocurre a partir del punto *D*.

La velocidad para la cual ocurre la fluidización se conoce como mínima de fluidización; mientras que la correspondiente al punto de arrastre es la velocidad de arrastre.

En el tramo en que el lecho está fluidizado, la velocidad del fluido en contacto con las partículas es superior a cuando las ha superado, ello hace que las partículas

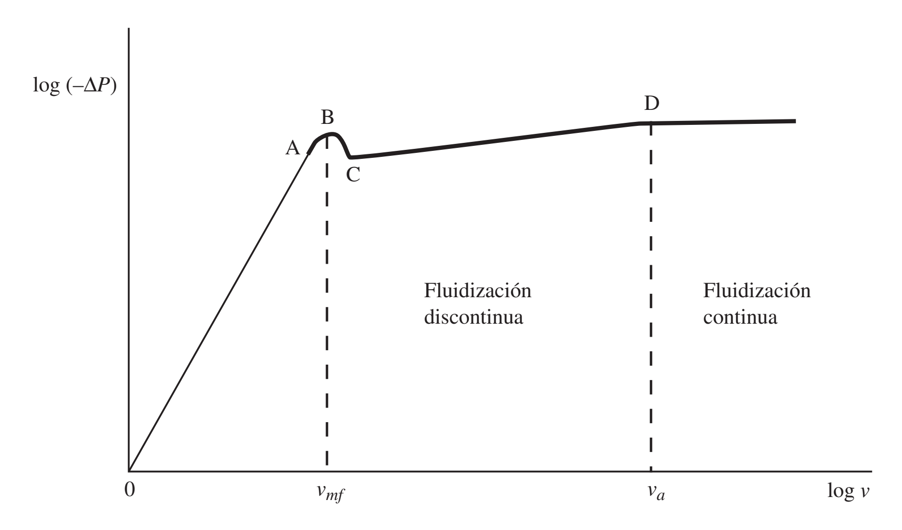


Figura 9.4. *Caída de presión en lechos fluidizados.*

no queden arrastradas, sino que vuelven a caer el lecho. El conjunto de partículas posee un movimiento desordenado, presentando un aspecto como si las partículas estuvieran en ebullición, denominándose lechos hirvientes o fluidización discontinua a este tipo de proceso. Cuando las partículas son arrastradas, el tipo de fluidización se denomina continua, y es un tipo de circulación de dos fases, que es la base del transporte neumático.

9.5.1. Velocidad mínima de fluidización

La velocidad a la que empieza la fluidización del lecho se conoce como velocidad mínima de fluidización. En este punto existe un equilibrio dinámico entre la fuerza que el campo gravitatorio y el fluido ejercen sobre las partículas.

La fuerza gravitatoria ejercida sobre las partículas viene dada por la expresión:

$$F_G = (\rho_P - \rho)\, S\, L\, (1 - \varepsilon)\, g \qquad [9.15]$$

en la que ρ_P y ρ son las densidades de las partículas y del fluido, respectivamente; S la sección de paso de la columna que contiene las partículas; L la altura del lecho; ε su porosidad, y g la constante de gravedad.

La fuerza que el fluido ejerce sobre el lecho de partículas es la de presión, y que se calcula por la expresión:

$$F_P = (-\Delta P)\, S \qquad [9.16]$$

en la que $(-\Delta P)$ es la caída de presión que experimenta el fluido al atravesar el lecho, y cuya expresión depende del régimen de circulación del fluido.

Por tanto, para el cálculo de la velocidad mínima de fluidización deben igualarse las dos fuerzas, la de gravedad y la de presión $F_G = F_P$, o lo que es lo mismo:

$$(\rho_P - \rho)\, S\, L\, (1 - \varepsilon)\, g = (-\Delta P)\, S \qquad [9.17]$$

La expresión de la caída de presión viene dada por la ecuación de Ergun:

$$\frac{(-\Delta P)}{L} = 150\ \frac{(1-\varepsilon)^2\, \eta}{\varepsilon^3\, d_p^2}\, v + 1{,}75\, \frac{(1-\varepsilon)\, \rho}{\varepsilon^3\, d_p}\, v^2$$

A pesar de que ésta es la ecuación general para el cálculo de la caída de presión, según sea el régimen de circulación del fluido podrá simplificarse. A continuación se obtendrán las diferentes ecuaciones que permitirán el cálculo de la velocidad mínima de fluidización, dependiendo del tipo de régimen de circulación del fluido.

9.5.1.1. Régimen laminar

Cuando el régimen de circulación del fluido sea laminar, el segundo término del segundo miembro de la ecuación de Ergun es despreciable frente al primero, con lo que su expresión se simplifica:

$$\frac{(-\Delta P)}{L} = 150 \; \frac{(1-\varepsilon)^2 \, \eta}{\varepsilon^3 \, d_p^2} \; v$$

por lo que al sustituir esta expresión en la ecuación 9.17, es posible determinar la velocidad mínima de fluidización en régimen laminar

$$v_{mf} = \frac{1}{150} \; \frac{(\varepsilon_{mf})^3}{(1-\varepsilon_{mf})} \; \frac{\rho_p - \rho}{\eta} \; g \, d_p^2 \qquad [9.18]$$

9.5.1.2. Régimen turbulento

Cuando el régimen de circulación es turbulento, en la ecuación de Ergun, es el término de velocidad el que es despreciable frente al del cuadrado de la velocidad. Por tanto, la caída de presión que experimenta el fluido se podrá expresar como:

$$\frac{(-\Delta P)}{L} = 1{,}75 \; \frac{(1-\varepsilon)\, \rho}{\varepsilon^3 \, d_p} \; v^2$$

Al sustituir esta expresión en la ecuación 9.17, es posible determinar la velocidad mínima de fluidización en régimen turbulento:

$$v_{mf} = 0{,}756 \left[\frac{\rho_p - \rho}{\rho} \; g \, (\varepsilon_{mf})^3 \, d_p \right]^{1/2} \qquad [9.19]$$

9.5.1.3. Régimen de transición

Puede ocurrir que el fluido circule con un régimen superior al laminar, pero no esté completamente desarrollado el turbulento. En estos casos es necesario aplicar la ecuación de Ergun para el cálculo de la caída de presión. A pesar de ello, se aconseja utilizar esta ecuación cualquiera que sea el régimen de circulación.

En estos casos, al sustituir la expresión de Ergun en la ecuación 9.17 se obtiene una ecuación de segundo grado, que es necesario resolver para hallar la velocidad mínima de fluidización:

$$(1-\varepsilon_{mf})\,(\rho_p - \rho)\, g = 150 \, \frac{(1-\varepsilon_{mf})^2 \, \eta}{(\varepsilon_{mf})^3 \, d_p^2} \, v_{mf} + 1{,}75 \, \frac{(1-\varepsilon_{mf})\, \rho}{(\varepsilon_{mf})^3 \, d_p} \, (v_{mf})^2 \qquad [9.20]$$

9.5.2. Porosidad mínima de fluidización

Lo mismo que ocurría con la caída de presión del fluido, que variaba con la velocidad de circulación, la porosidad del lecho también experimenta variación. Para velocidades bajas, la fuerza de presión no es suficiente para variar la estructura del lecho, y su porosidad no varía, pero a velocidades más altas, el lecho se expansiona aumentando el volumen de huecos.

Si se representa en coordenadas doble logarítmicas la variación de la porosidad con la velocidad lineal de circulación se obtiene una gráfica como la representada en la figura 9.5. A velocidades bajas la porosidad no varía, pero llega un momento en que aumenta con la velocidad, siendo esta variación lineal. La porosidad en el momento que empieza la fluidización no se corresponde al punto en que la porosidad empieza a aumentar, sino que ocurre a una velocidad más alta, que es la mínima de fluidización.

Para el cálculo de la porosidad mínima de fluidización pueden utilizarse unas gráficas, que existen para cierto número de materiales (McCabe y Smith, 1968). Sin embargo, cuando no se dispone de datos, es posible utilizar la expresión:

$$\varepsilon_{mf} = 1 - 0{,}356\,(\log d_P - 1) \qquad [9.21]$$

ecuación en la que el diámetro de partícula debe expresarse en micrones (10^{-6} m), y es válida para valores de d_P comprendidos entre 50 y 500 micrones.

9.5.3. Altura del lecho

Evidentemente, al aumentar la velocidad de circulación del fluido a través del lecho poroso, no sólo aumenta la caída de presión, sino que el aumento de la porosidad es debido a que la altura del lecho también aumenta. Este aumento de altura de lecho está íntimamente ligado al aumento de porosidad, de forma que las porosidades correspondientes a dos alturas cualesquiera están relacionadas por la expresión:

$$L_1\,(1 - \varepsilon_1) = L_2\,(1 - \varepsilon_2) \qquad [9.22]$$

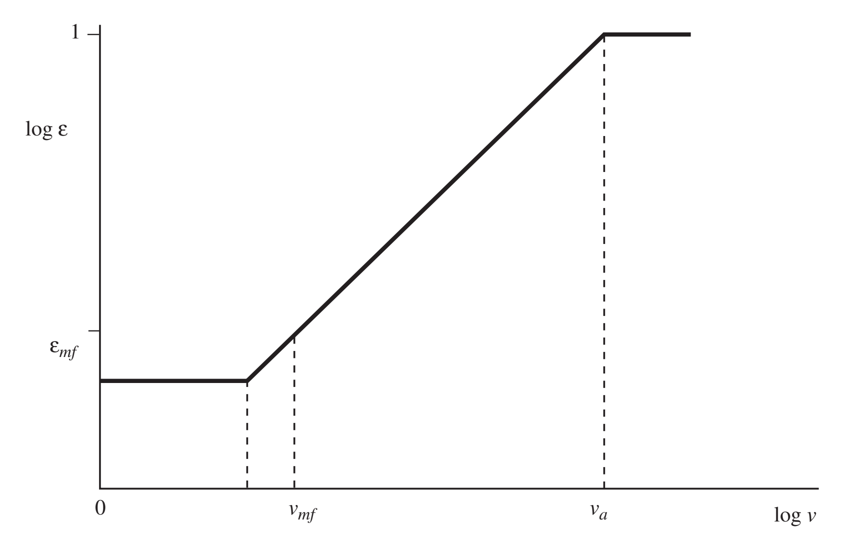


Figura 9.5. *Porosidad de lechos fluidizados.*

De forma particular, si para el lecho fijo le corresponde una porosidad ε_0 y una altura de lecho L_0, la altura y porosidad para otro instante están relacionadas con ésta por la ecuación:

$$L\,(1-\varepsilon) = L_0\,(1-\varepsilon_0)$$

Si el lecho fuese compacto, las partículas ocuparían todo el lecho y no existirían huecos, por lo que la expresión que correlaciona las alturas se simplificaría:

$$L\,(1-\varepsilon) = L_C$$

en la que L_C es la altura del lecho compacto.